

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ИНСТИТУТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ
ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16 юни 2025 година

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Стойността на израза $1 - \sqrt{2} - \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$ е:

A) $\sqrt{2}$

Б) 2

В) $\sqrt{2} + 1$

Г) $2\sqrt{2}$

2. Сборът от корените на уравнението $4x^2 - 7x - 4 = 0$ е:

A) $-\frac{7}{4}$

Б) -1

В) 1

Г) $\frac{7}{4}$

3. Най-малкият корен на уравнението $(x^2 - 9)(\sqrt{x} - 2) = 0$ е:

A) -3

Б) 2

В) 3

Г) 4

4. При посещение на кинопрожекция група от 17 посетители е заплатила общо 308 лв. Цената на билета за едно дете е 14 лв., а за един възрастен е 24 лв. Ако броят на децата е x , а y е броят на възрастните, то коя от системите отразява зависимостта, чрез която може да се намери броят на децата в групата?

A)
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 14x + 24y = 308 \end{cases}$$

Б)
$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 14x + 17y = 308 \end{cases}$$

В)
$$\begin{cases} x + y = 308 \\ 14x + 24y = 17 \end{cases}$$

Г)
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 24x + 14y = 308 \end{cases}$$

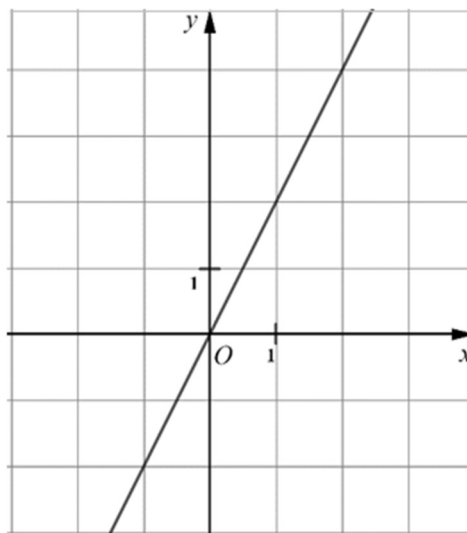
5. Графиката на коя от линейните функции е представена на чертежа?

A) $y = \frac{1}{2}x$

Б) $y = 2x$

В) $y = 4x$

Г) $y = \frac{1}{4}x$



6. Клиент изтегля кредит от 1000 лв. за срок от две години при 5% сложна годишна лихва. Сумата, която трябва да върне в края на втората година, е:

A) 1010,25 лв.

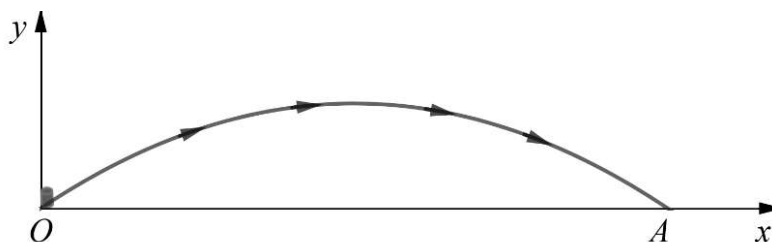
Б) 1050 лв.

В) 1100 лв.

Г) 1102,50 лв.

7. Пръскачка полива с вода тревната площ в градина. Струята вода описва част от парабола с уравнение $g(x) = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x$, $x > 0$, както е показано на чертежа. Кое е най-голямото разстояние OA , до което достига струята вода?

- А) 9 m
- Б) 6 m
- В) 3 m
- Г) 2 m



8. Първият ден тренировката на спортист е с продължителност 30 минути. Всеки следващ ден продължителността ѝ се увеличава с 5 минути повече от предходния ден. Колко дни е тренирал спортистът, ако през последния ден тренировката му е с продължителност 1 час?

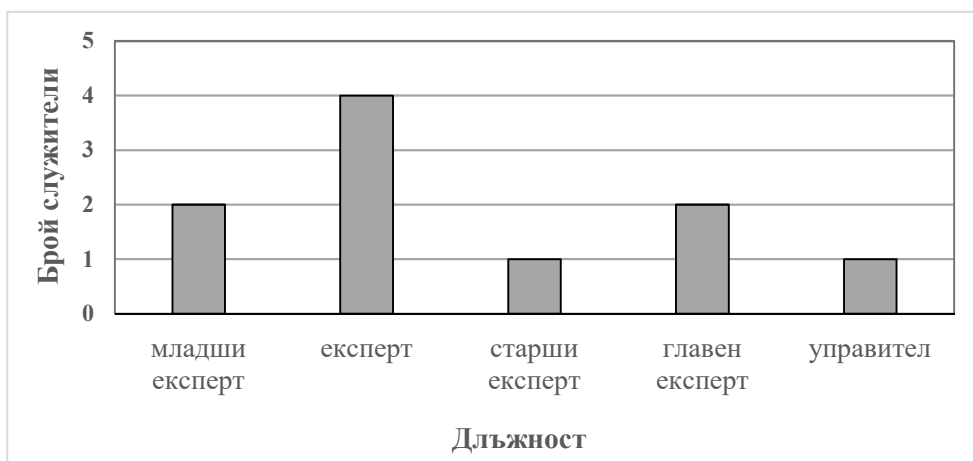
- А) 5
- Б) 6
- В) 7
- Г) 12

9. В обедното меню на един ресторант са включени 5 предястия, 8 основни ястия и 4 десерта. Колко са всички възможности да се поръча обяд, включващ по едно предястие, едно ястие и един десерт?

- А) $5! \cdot 8! \cdot 4!$
- Б) $5! + 8! + 4!$
- В) $5 \cdot 8 \cdot 4$
- Г) $5 + 8 + 4$

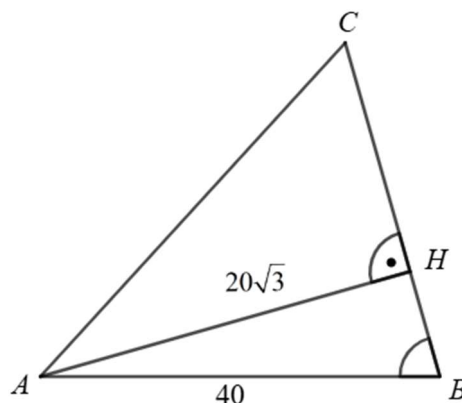
10. Диаграмата представя броя на служителите в една фирма според тяхната длъжност. Ако заплащането за час на младши експерт е 7 лв., на експерт е 10,50 лв., на старши експерт е 12 лв., на главен експерт е 16 лв. и на управител е 30 лв., то средното възнаграждение на служител от фирмата за час е:

- А) 10,50 лв.
- Б) 12 лв.
- В) 13 лв.
- Г) 13,50 лв.



11. Височината AH ($H \in BC$) в остроъгълния $\triangle ABC$ има дължина $20\sqrt{3}$ cm. Ако $AB = 40$ cm, то $\sin \angle ABC$ е равен на:

- А) $\frac{1}{4}$
- Б) $\frac{1}{2}$
- В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

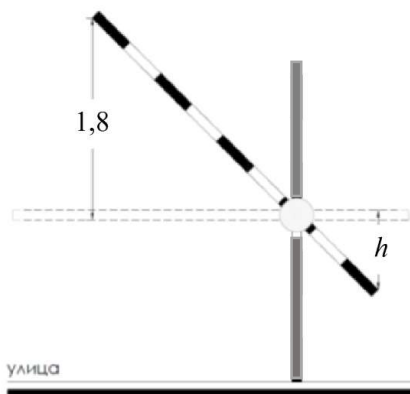


12. Лицето на триъгълник с дължини на страните 8 cm, 10 cm и 12 cm е:

- А) 30 cm^2
- Б) $15\sqrt{7} \text{ cm}^2$
- В) 40 cm^2
- Г) $16\sqrt{7} \text{ cm}^2$

13. На чертежа е представена бариера на жп прелез, като късото рамо е с дължина 1 m, а дългото – с дължина 3 m. Ако при вдигане на бариерата крайт на дългото рамо се издига на разстояние 1,8 m от хоризонталното положение на бариерата, то разстоянието h , на което се спуска късото рамо, е:

- А) 0,6 m
- Б) 0,5 m
- В) 0,4 m
- Г) 0,3 m



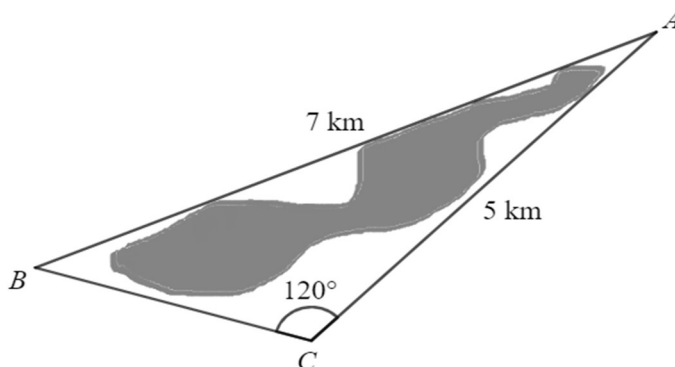
14. Три хотела A , B и C са разположени на бреговете на езеро, както е показано на чертежа. Разстоянието между хотелите A и B по права линия е 7 km, а между A и C е 5 km. За да се построи пряк път между хотелите B и C , е необходимо да се намери разстоянието между тях по права линия. Колко километра е това разстояние?

А) 3 km

Б) $2\sqrt{3}$ km

В) $2\sqrt{6}$ km

Г) 8 km



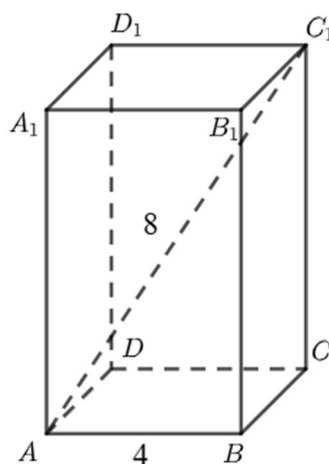
15. Обемът на правилна четириъгълна призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основен ръб $AB = 4$ cm и диагонал $AC_1 = 8$ cm е:

А) 64 cm^3

Б) 128 cm^3

В) $64\sqrt{2} \text{ cm}^3$

Г) $128\sqrt{2} \text{ cm}^3$



Пълните решения с необходимите обосновки на задачите 16. и 17. запишете в листа за отговори на указанията за това места!

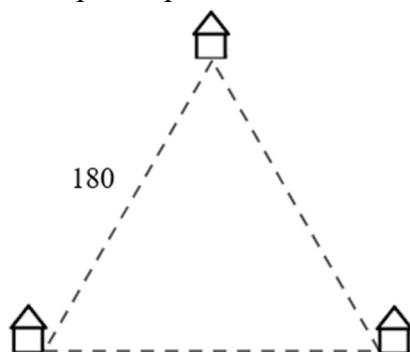
16. Дадени са уравнението $(x^2 + x)^2 - 22(x^2 + x) + 40 = 0$ и неравенството $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \geq 0$.

А) Решете уравнението.

Б) Решете неравенството.

В) Определете кои от корените на уравнението са решения на неравенството.

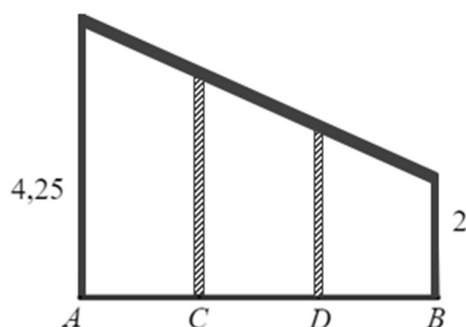
17. Три семейства имат къщи в общ парцел. Къщите са разположени във върховете на равностранен триъгълник със страна 180 m, както е показано на чертежа. Семействата имат общ кладенец, който е на равни разстояния от къщите им.



А) Намерете разстоянието от кладенеца до всяка от къщите.

Б) За захранване на къщата си с вода от кладенеца, едно от семействата закупило 100 m полипропиленова тръба. Достатъчно дълга ли е тази тръба, за да свърже кладенеца с къщата? Обосновете отговора си.

В) В парцела е изграден навес, укрепен в краищата с вертикални греди. Една от стените му е ограничена от две вертикални греди с дължини съответно 4,25 m и 2 m, както е показано на чертежа. Тя е допълнително укрепена с други две греди в точките C и D , така че разстоянията между всички вертикални греди са равни. Намерете дължините на двете допълнителни греди.



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ИНСТИТУТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ

ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16 юни 2025 година

Ключ с верните отговори

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	Б	4
2	Г	4
3	В	4
4	А	4
5	Б	4
6	Г	4
7	Б	4
8	В	4
9	В	4
10	В	4
11	Г	4
12	Б	4
13	А	4
14	А	4
15	В	4
16 А)	$x_1 = -2; x_2 = 1; x_3 = -5; x_4 = 4$	10 точки
16 Б)	$x \in (-\infty; -3] \cup (-2; 2) \cup [3; +\infty)$	8 точки
16 В)	Корените на уравнението $-5; 1; 4$ са решения на неравенството. Коренът -2 не е решение.	2 точки
17 А)	Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е $60\sqrt{3}$ m.	6 точки
17 Б)	Дължината на тръбата няма да бъде достатъчна, за да свърже кладенеца с къщата, тъй като $60\sqrt{3} > 100$.	4 точки
17 В)	Дължините на допълнителните греди в точките C и D са съответно 3,5 m и 2,75 m.	10 точки

Предложените решения на задачи с номера 16. и 17. са примерни. Всяко друго вярно и пълно решение се оценява с максимален брой точки. При оценяване на непълно решение, различно от предложените, се присъждат точки според получените междинни резултати.

Задача 16. Примерно решение:

$$A) (x^2 + x)^2 - 22(x^2 + x) + 40 = 0$$

Полагаме $y = x^2 + x$.

$$y^2 - 22y + 40 = 0$$

$$D = 11^2 - 40 = 121 - 40 = 81$$

$$y_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{1} = 11 \pm 9$$

$$y_1 = 11 - 9 \text{ или } y_2 = 11 + 9$$

$$y_1 = 2 \qquad y_2 = 20$$

От $y = x^2 + x$ следва, че:

$$x^2 + x = 2 \quad \text{или} \quad x^2 + x = 20$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \qquad x^2 + x - 20 = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = 1 \qquad x_3 = -5; x_4 = 4$$

$$x \in \{-5; -2; 1; 4\}$$

$$B) \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

$$\begin{cases} (x-3)(x+3)(x-2)(x+2) \geq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -3] \cup (-2; 2) \cup [3; +\infty)$$

В) Коренът -2 не е решение на неравенството.

Корените на уравнението $-5; 1; 4$ са решения на неравенството.

Задача 17. Примерно решение:

А) Къщите са разположени в трите върха на равностранен триъгълник със страна 180 m.

Кладенецът е в центъра на описаната около равностранния триъгълник окръжност.

Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е дължината на радиуса R на описаната около триъгълника окръжност.

$$2R = \frac{AB}{\sin 60^\circ} \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin 60^\circ} = \frac{180}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{180}{\sqrt{3}} = \frac{180 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{180 \cdot \sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = 60\sqrt{3} \text{ m}$$

Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е $60\sqrt{3} \text{ m}$.

Б) Разстоянието от кладенеца до къщата е $60\sqrt{3} = \sqrt{10800}$.

Дължината на тръбата е $100 = \sqrt{10000}$.

$$\sqrt{10800} > \sqrt{10000}$$

Тъй като $60\sqrt{3} > 100$, следователно дължината на тръбата няма да бъде достатъчна, за да свърже кладенеца с къщата.

В) Означаваме дължината на допълнителната греда в точка C с x , а дължината на гредата в точката D – с y .

По условие разстоянията между гредите са равни. Следователно $AC = CD = DB$.

Гредата в точката C се явява средна отсечка в правоъгълния трапец $ADNQ$.

Тогава дължината x на гредата в точка C е:

$$x = \frac{4,25 + y}{2} \Rightarrow y = 2x - 4,25 \quad (1).$$

От друга страна дължината на гредата в точката D е средна отсечка в правоъгълния трапец $CBPM$.

Следователно дължината на гредата в точката D е:

$$y = \frac{x + 2}{2} \quad (2)$$

$$\text{От (1) и (2)} \Rightarrow 2x - 4,25 = \frac{x + 2}{2}$$

$$4x - 8,5 = x + 2$$

$$3x = 10,5$$

$$x = 3,5 \text{ m}$$

Следователно дължината на гредата в точката C е 3,5 m.

Заместваме намерената стойност за x в (2):

$$y = 2x - 4,25 \Rightarrow y = 2 \cdot 3,5 - 4,25 = 7 - 4,25 = 2,75 \text{ m}$$

Следователно дължината на гредата в точката D е 2,75 m.

Извод: Дължините на допълнителните греди в точките C и D са съответно 3,5 m и 2,75 m.

